Fiche de lecture

# La théorie des jeux

2002, Bernard Guerrien

# Introduction

## *Chapitre 1) Qu'est-ce que la théorie des jeux?*

Comme toute théorie, elle est formée par un ensemble d'hypothèses. Elle se distingue des autres théories en sciences sociales par la place qu'elle accorde aux mathématiques (je pense même qu'elle relève des mathématiques plus que des sciences sociales).
Un jeu comporte une liste de joueurs, un ensemble de choix possibles pour chacun d'entre eux et une fonction qui donne leurs gains dans toutes les éventualités possibles.
(une hypothèse que Bernard Guerrien ne souligne pas, c'est donc que les gains peuvent être quantifiés sur une échelle unique. Il n'y a pas d'inconvénients "collatéraux" ou s'il y en a, on peut les compter comme des gains négatifs que l'on soustrait aux gains positifs).
**Recherche du gain maximum et rationalité** : l'hypothèse fondamentale est que chaque joueur cherche à maximiser ses gains. Le gain de chacun dépend autant des décisions des autres que de sa propre décision. Il est donc nécessaire qu'il y ait anticipation de ce que vont faire les autres et cela repose sur des croyances. Une autre hypothèse essentielle est que les joueurs disposent d'une **information complète**. C'est-à-dire que chaque joueur connaît tous les détails du modèle et peut se mettre à la place du modélisateur. Il sait que les autres savent qu'il sait, qu'ils savent qu'il sait qu'ils savent, etc.
A-t-elle vocation à dire ce qui est, est-elle **positive**? étant donné les modèles extrêmement réducteurs de la théorie des jeux, ils ne peuvent prétendre représenter le monde tel qu'il est. Les exemples des manuels sont presque toujours des cas inventés par leurs auteurs.
De plus la théorie des jeux est totalement statique. Les joueurs ne prennent qu'une seule décision, ils prévoient à l'avance ce qu'ils feront dans telle ou telle éventualité. Cette hypothèse est en fait une conséquence de celle d'information complète : il n'y a pas lieu d'envisager un processus de décision pour justifier la "solution" d'un jeu.
a-t-elle vocation à dire ce qui doit être, est-elle **normative**? En règle générale il n'y a pas *d'optimum optimorum*, une issue maximisatrice sur laquelle un consensus pourrait se faire. Si les intérêts des joueurs sont partiellement opposés, alors il n'y a pas d'issue qui puisse être recommandée à l'ensemble des joueurs (il n'y a pas de *gagnant-gagnant*. Si la théorie des jeux a vocation à dire que chacun doit suivre son intérêt personnel, alors elle ne démontre pas que ceci conduit nécessairement au gain maximal. Elle démontre même le contraire!). si elle préconise une stratégie en prenant parti pour un joueur, elle cesse alors d'être normative.
La théorie des jeux présente surtout des paradoxes et des dilemmes, autrement dit elle a plus vocation de soulever des problèmes que de les résoudre. Elle soulève d'abord celui que des décisions apparemment rationnelles au niveau individuel peuvent conduire à des issues qui ne le sont pas, collectivement.
**Approche coopérative** : consiste à rechercher des issues ou ensembles d'issues stables, c'est-à-dire telles qu'il n'y a pas possibilité pour certains joueurs de modifier ces issues en formant des coalitions. Elle soulève beaucoup de difficultés et a été relativement abandonnée à partir des années 1970. Les économistes accordent maintenant une place privilégiée aux approches non coopératives et à leur solution de base, l'équilibre de Nash.

# *Chapitre 2) Théorie des jeux et rationalité*

Il existe des situations où le choix semble aller de soi. Ces jeux comportent des stratégies dominantes. Exemple :

| | | B | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |
| A | $a_1$ | (7,5) | (3,7) | (1,8) |
| | $a_2$ | (8,4) | (5,3) | (2,6) |

Si A choisit $a_2$ il est sûr de faire un gain supérieur à celui qu'il ferait s'il choisissait $a_1$, quoi que fasse B. De même pour B : il a intérêt à choisir $b_3$.
C'est l'exception plutôt que la règle. En général il n'y a pas de stratégie dominante, mais il peut y avoir des stratégies dominées. Un concept de solution proposé par la théorie des jeux est l'élimination itérative des stratégies dominées.
Il est possible aussi qu'il n'y ait aucune stratégie dominée.
Le dilemme des prisonniers est un exemple de jeu à stratégies dominantes mais dont la solution est sous-optimale :

| | | B | |
|---|---|---|---|
| | | Je me tais | Je dénonce A |
| A | Je me tais | (1,1) | (-3,2) |
| | Je dénonce B | (2,-3) | (-1,-1) |

Si les joueurs sont rationnels, ils choisissent la stratégie qui consiste à dénoncer l'autre, puisqu'elle est dominante. Cela conduit à un résultat moins bon que ce qu'ils auraient obtenu s'ils s'étaient tus.
(Le problème de la confiance intervient : pour choisir la stratégie de se taire, il faut faire confiance à l'autre. Les marchés fonctionnent beaucoup sur la confiance, mais il s'agit d'une attitude non rationnelle, en tout cas pour la théorie des jeux. Pour que la confiance ait un fondement rationnel, il faut faire intervenir les jeux répétés.)
**Jeux à plusieurs coups**. Les règles précisent un ordre d'intervention des joueurs. On peut les représenter sous forme d'arbre. Action et stratégie ne sont plus confondues. L'hypothèse d'information complète implique que chaque joueur établit dès le départ une liste d'instructions où il stipule ce qu'il fait à chacun des noeuds de l'arbre. Cette liste d'instructions est la stratégie du joueur. Bien que ces modèles soient souvent qualifiés de dynamiques, ils ne le sont pas. Il est possible d'ailleurs de les représenter sous un tableau, ce qui montre qu'il s'agit toujours d'une approche statique.
Dans le cas du marchandage avec coût de négociation (diminution du "gâteau" à partager à chaque tour de négociation) la théorie des jeux parvient à démontrer que l'avantage revient à celui qui fait la première offre, qui "prend l'initiative", à condition qu'il y ait un nombre illimité de tours de négociation.
Le "mille pattes de Rosenthal" montre cependant en quoi un comportement rationnel (éliminer par itération les stratégies dominées) peut conduire à des situations absurdes : l'un des joueurs arrête dès le premier coup avec un gain de (1,1) alors qu'au millième coup, les deux joueurs auraient un gain de (998, 1001). Il attire s'implement l'attention sur le problème de l'intérêt individuel "à courte vue".
L'expérience montre pourtant qu'aucun joueur réel n'arrête au premier coup, une fraction non négligeable continuant même jusqu'au dernier coup. Sont ils rationnels? Ne comprennent-ils pas que la rationnalité aurait dû les conduire à arrêter dès le premier coup? Leur intérêt pourtant est bien de continuer… la théorie des jeux n'explique absolument pas le comportement des joueurs réels, elle ne le prédit pas; et si elle leur dit "ce qui doit être", on comprend aisément qu'ils ne la suivent pas.

Conclusion d'étape : il est difficile (voire impossible?) de caractériser un "comportement rationnel".

## Chapitre 3) Théorie des jeux et croyances : l'équilibre de Nash

Lorsqu'il n'y a pas de stratégies dominantes et qu'il n'est pas possible de résoudre le jeu par élimination itérative des stratégies dominées, les anticipations et croyances en ce que vont faire les autres joueurs jouent un rôle déterminant.
Dans le cas d'un jeu qui ne comporte ni stratégies dominantes, ni stratégies dominées, il faut introduire un nouveau critère pour trouver une solution rationnelle.
L'équilibre de Nash est une solution qui correspond à des anticipations correctes des joueurs, leurs croyances sont avérées. Elle est autoréalisatrice : en choisissant l'équilibre de Nash comme solution, chaque joueur agit en pensant que les autres en feront autant.
L'appellation "équilibre" est ambiguë car elle laisse penser qu'il s'agit d'un d'aboutissement, d'un point de repos atteind au terme d'un processus. Il s'agit en réalité toujours d'un mécanisme statique.
L'équilibre de Nash est présenté parfois comme tel que la stratégie de chaque joueur est choisie en prenant comme donnée la stratégie des autres. Cela voudrait dire que les joueurs adaptent leur stratégie au fur et à mesure des coups, en fonction de ce qu'on joué les autres. Il n'en est rien.
(la théorie des jeux revient en fait à essayer de décrire de façon statique des phénomènes dynamiques. Elle essaye d'écrire le code de programmes comme si la connaissance de ce code permettait de prévoir ce qui va se passer lors de leur exécution. Elle assimile les joueurs à des ordinateurs en interaction, le comportement de chacun étant prévisible au vu du code de son programme, à condition de savoir par avance comment réagiront les autres ordinateurs. Prévisible? Pas sûr. Les effondrements de réseaux IP, par exemple, sont-ils prévisibles au vu du programme des ordinateurs?)
pourquoi privilégier l'équilibre de Nash? Il peut correspondre à un équilibre sous-optimal.

| | | B | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |
| | $a_1$ | (2,2) | (1,6) | (4,4) |
| A | $a_2$ | (3,3) | (2,2) | (2,0) |
| | $a_3$ | (2,1) | (7,5) | (2,7) |

Dans cet exemple, le couple $\{a_2, b_1\}$ est un équilibre de Nash mais il est sous-optimal. Pourquoi les joueurs le choisiraient-ils?
(on pourrait répondre : parce que, faute de pouvoir choisir une stratégie dominante ou d'éliminer les stratégies dominées, le choix de la stratégie fondée sur un accord des croyances des joueurs est le plus "social" possible. Ce n'est plus la recherche du gain maximal qui guide les joueurs : on sort des hypothèses initiales de la théorie des jeux.)
les cas où il n'existe aucun, ou plusieurs équilibres de Nash, enlèvent tout caractère privilégié à cet "équilibre". Par exemple le "jeu de la poule mouillée":

| | | B | |
|---|---|---|---|
| | | Je passe | Je laisse passer |
| A | Je passe | (-2,-2) | (1,0) |
| | Je laisse passer | (0,1) | (-1,-1) |

Il n'y a aucune raison de privilégier les équilibres de Nash.

(si l'on considère que c'est un jeu. La théorie des jeux nous dit dans ce cas qu'il vaut mieux avoir une règle de priorité. Mais alors, le jeu disparaît : il n'y a plus qu'une seule issue possible, celui qui est prioritaire passe. Là encore, la théorie des jeux démontre que dans certains cas… elle ne nous apprend rien!)
Cf. David Kreps.

## *Chapitre 4) Les jeux répétés*

Les solutions proposées par l'équilibre de Nash étant rarement justifiées, que ce soit d'un point de vue positif ou normatif, vient l'idée qu'il suffirait de répéter un jeu pour que les joueurs "comprennent" quel est le bon choix.
Ils ne sont qu'un cas particulier des jeux à plusieurs coups. Il n'y a toujours pas d'analyse dynamique, les stratégies des joueurs restent des listes d'instructions.
Le cas des contrats (cf. Eymard-Duvernay) : c'est la stratégie non coopérative qui domine. Si le joueur 1 fait confiance, le joueur B a intérêt à ne pas honorer la confiance. Une façon de résoudre ce problème serait de répéter le jeu. Le contrat est : "je te fais confiance tant que tu honores ma confiance". Mais il faut alors que le contrat ait une durée infinie, sinon, au dernier coup, la confiance n'est pas honorée. Et puisqu'elle ne l'est pas au dernier coup, il ne peut pas y avoir confiance au premier coup. Dit autrement : selon la théorie des jeux, un contrat serait nécessairement rompu par trahison du premier qui le peut, et par conséquent il n'y aurait jamais contrat puisqu'il y aurait alors risque de se faire trahir. Pas besoin de la théorie des jeux pour arriver à cette conclusion si l'on postule l'égoïsme des joueurs.
Le "minimax" est le niveau de gain en dessous duquel un joueur ne peut être contraint par les autres. C'est son niveau de sécurité. C'est le plus petit des gains maxima possibles selon chacun des choix possibles par les autres joueurs. Notons que la combinaison des minimax n'est pas nécessairement une des issues possible des joueurs, et que les issues qui comportent des minimax ne sont pas a priori des équilibres de Nash. Ils présentent un intérêt quand il n'y a pas d'équilibre de Nash.
Dans le cas du dilemme des prisonniers, la répétition ne fait que l'aggraver. Plus le nombre de répétitions est grand, plus est grand l'écart entre le gain maximal possible des deux joueurs et leur gain s'ils choisissent l'équilibre de Nash (qui est de plus en l'occurrence une stratégie dominante). Bref, ils s'enfoncent… rationnellement.
Mais il y a changement si le nombre de répétitions n'est plus fini, mais infini. Il y a cette fois une infinité d'équilibres de Nash. Il n'y a alors aucune raison pour que les joueurs se coordonnent sur l'un des équilibres.
Les jeux évolutionnistes sont une variante (adaptée à l'étude de l'évolution des espèces) dans laquelle il n'y a plus de choix : les joueurs sont comme des automates qui utilisent toujours la même stratégie. Il n'y a plus alors d'équilibre de Nash, même si l'on parle toujours d'équilibre en ce qui concerne l'issue prévue par la théorie des jeux.
NB : dans les confrontations de stratégies, la relation "l'emporte sur" n'est pas forcément transitive (la stratégie A l'emporte sur la stratégie B qui l'emporte sur la stratégie C qui l'emporte sur la stratégie A…). Toutes les stratégies peuvent l'emporter en face-à-face contre la stratégie A mais celle ci peut l'emporter en confrontation généralisée (cumul des gains).

## *Chapitre 5) Jeux à information incomplète*

Cf. Harsanyi, 1967. A chaque joueur est associé un "type", l'incertitude porte sur son type effectif. Chaque joueur doit connaître les types possibles. L'incertitude est exogène; pour rester dans le cadre de la théorie des jeux, on introduit un joueur fictif, "Nature", dont la seule activité consiste à préciser aux autres joueurs leur type. Nature joue le premier coup. Chaque joueur connaît son type, mais pas celui des autres, il y a asymétrie d'information. Chaque joueur détermine sa stratégie en attribuant une probabilité que les autres joueurs soient de tel ou tel type.
L'équilibre de Nash est appelé équilibre bayésien.

## *Conclusion*

Comment expliquer le succès de la théorie des jeux, alors qu'on ne sait pas très bien à quoi elle sert, ni sur le plan positif, ni sur le plan normatif? L'explication est peut-être qu'elle oblige à réfléchir sur la complexité des interactions sociales. En contraignant le modélisateur à préciser tous les éléments de son modèle, elle évite le recours aux échappatoires habituelles qui consistent à évoquer de mystérieux "mécanismes" ou des "forces" et autres métaphores empruntées à la physique.